



TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP HÀ NỘI

Giáo trình
**ĐẠI SỐ
TUYẾN TÍNH**



NHÀ XUẤT BẢN THỐNG KÊ



TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP HÀ NỘI

Đỗ Thị Thanh (Chủ biên)
Nguyễn Văn Tuấn - Phùng Thị Anh Vũ

Giáo trình ĐẠI SỐ TUYỂN TÍNH



NHÀ XUẤT BẢN THỐNG KÊ - 2023

LỜI NÓI ĐẦU

Đại số tuyến tính là học phần bắt buộc dành cho sinh viên khối ngành kỹ thuật của Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội được quy định 03 tín chỉ.

Giáo trình Đại số tuyến tính được biên soạn với mục tiêu trang bị những kiến thức cơ bản như: ma trận, định thức, hệ phương trình tuyến tính, không gian vector, ánh xạ tuyến tính, dạng toàn phương, ... Trong quá trình biên soạn, nhóm tác giả đã cố gắng chú trọng đến việc tăng cường phần ứng dụng của Đại số tuyến tính vào một số bài toán thực tế, liên quan đến chuyên ngành kỹ thuật.

Về cấu trúc, Giáo trình Đại số tuyến tính bao gồm ba chương như sau:

Chương 1: Ma trận - định thức - hệ phương trình, do TS. Đỗ Thị Thanh biên soạn.

Chương 2: Không gian vector do ThS. Phùng Thị Anh Vũ biên soạn.

Chương 3: Ánh xạ tuyến tính, dạng toàn phương do TS. Nguyễn Văn Tuấn biên soạn.

Phần cuối là Tài liệu tham khảo để các em sinh viên có thể tìm đọc thêm.

Hy vọng cuốn giáo trình này sẽ giúp các em sinh viên tiếp cận được kiến thức của môn học theo cách đơn giản và dễ hiểu.

Chúng tôi xin chân thành cảm ơn các đồng nghiệp ở hai bộ môn Toán Cơ bản và Toán Ứng dụng thuộc khoa Khoa học cơ bản đã có nhiều góp ý trong quá trình biên soạn giáo trình này.

Các tác giả rất mong nhận được những ý kiến đóng góp từ các nhà khoa học, các đồng nghiệp và bạn đọc để cuốn giáo trình ngày càng hoàn thiện hơn.

CÁC TÁC GIẢ

MỤC LỤC

| | <i>Trang</i> |
|--|--------------|
| Lời nói đầu | 3 |
| Chương 1: MA TRẬN - ĐỊNH THỨC - HỆ PHƯƠNG TRÌNH | 11 |
| 1.1. MA TRẬN | 11 |
| 1.1.1. Các khái niệm về ma trận | 11 |
| 1.1.1.1. Ma trận cỡ $m \times n$ | 11 |
| 1.1.1.2. Ma trận đối | 12 |
| 1.1.1.3. Ma trận không | 12 |
| 1.1.1.4. Ma trận bằng nhau | 12 |
| 1.1.1.5. Ma trận vuông | 13 |
| 1.1.1.6. Ma trận tam giác | 13 |
| 1.1.1.7. Ma trận bậc thang | 13 |
| 1.1.1.8. Ma trận chéo | 14 |
| 1.1.1.9. Ma trận đơn vị | 14 |
| 1.1.1.10. Ma trận đối xứng | 15 |
| 1.1.1.11. Ma trận chuyển vị | 15 |
| 1.1.2. Các phép toán với ma trận | 16 |
| 1.1.2.1. Phép cộng ma trận | 16 |
| 1.1.2.2. Phép nhân một số với ma trận | 16 |
| 1.1.2.3. Phép nhân hai ma trận | 17 |
| 1.1.3. Các phép biến đổi ma trận | 20 |
| 1.2. ĐỊNH THỨC | 21 |
| 1.2.1. Các khái niệm | 21 |
| 1.2.1.1. Phần phụ đại số | 21 |
| 1.2.1.2. Định thức | 22 |
| 1.2.2. Một số tính chất của định thức | 24 |

| | |
|--|----|
| 1.2.3. Một số phương pháp tính định thức | 27 |
| 1.2.3.1. Tính định thức bằng cách khai triển theo một dòng hoặc một cột của định thức | 27 |
| 1.2.3.2. Tính định thức bằng phương pháp biến đổi sơ cấp | 29 |
| 1.3. MA TRẬN NGHỊCH ĐẢO | 30 |
| 1.3.1. Định nghĩa ma trận nghịch đảo | 30 |
| 1.3.2. Điều kiện cần và đủ để ma trận vuông có ma trận nghịch đảo | 30 |
| 1.3.3. Cách tìm ma trận nghịch đảo | 31 |
| 1.3.3.1. Tìm ma trận nghịch đảo dựa vào ma trận phụ hợp | 31 |
| 1.3.3.2. Tìm ma trận nghịch đảo bằng phép biến đổi sơ cấp (phương pháp Gauss-Jordan) | 33 |
| 1.3.4. Ứng dụng của ma trận nghịch đảo | 34 |
| 1.3.4.1. Giải phương trình ma trận | 34 |
| 1.3.4.2. Ứng dụng ma trận nghịch đảo vào bài toán thực tế | 36 |
| 1.4. HẠNG CỦA MA TRẬN | 40 |
| 1.4.1. Khái niệm hạng của ma trận | 40 |
| 1.4.1.1. Ma trận con cấp p | 40 |
| 1.4.1.2. Hạng của ma trận | 42 |
| 1.4.2. Tìm hạng của ma trận bằng cách tính định thức bao quanh | 42 |
| 1.4.3. Tìm hạng của ma trận bằng các phép biến đổi sơ cấp | 43 |
| 1.5. HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH | 45 |
| 1.5.1. Hệ phương trình tuyến tính tổng quát | 45 |
| 1.5.1.1. Các khái niệm | 45 |
| 1.5.1.2. Hệ tương đương | 47 |
| 1.5.1.3. Các phép biến đổi tương đương | 47 |
| 1.5.1.4. Điều kiện tồn tại nghiệm | 48 |

| | |
|--|-----------|
| 1.5.2. Một số dạng hệ phương trình tuyến tính đặc biệt | 49 |
| 1.5.2.1. Hệ phương trình tuyến tính thuần nhất | 49 |
| 1.5.2.2. Hệ phương trình tuyến tính dạng tam giác | 49 |
| 1.5.2.3. Hệ phương trình tuyến tính dạng hình thang | 50 |
| 1.5.3. Các phương pháp giải hệ phương trình tuyến tính | 52 |
| 1.5.3.1. Phương pháp Gauss | 52 |
| 1.5.3.2. Phương pháp giải hệ Cramer | 56 |
| 1.5.4. Ứng dụng của hệ phương trình tuyến tính | 60 |
| 1.5.4.1. Bài toán giải mạch điện | 60 |
| 1.5.4.2. Bài toán xác định lưu lượng của một hệ thống mạng | 66 |
| 1.5.5. Sử dụng phần mềm Matlab với ma trận, định thức, hệ phương trình | 70 |
| BÀI TẬP CHƯƠNG 1 | 79 |
| | |
| Chương 2. KHÔNG GIAN VECTO | 85 |
| 2.1. KHÔNG GIAN VECTO | 85 |
| 2.1.1. Khái niệm không gian vector | 85 |
| 2.1.1.1. Định nghĩa 2.1 | 85 |
| 2.1.1.2. Tính chất | 89 |
| 2.1.1.3. Định nghĩa 2.2 | 89 |
| 2.1.2. Không gian con | 89 |
| 2.1.2.1. Định nghĩa 2.3 | 89 |
| 2.1.2.2. Định lý 2.1 | 90 |
| 2.1.3. Không gian con sinh bởi hệ vector | 91 |
| 2.1.3.1. Tổ hợp tuyến tính của hệ vector | 91 |
| 2.1.3.2. Không gian con sinh bởi một hệ vector | 95 |

| | |
|---|-----|
| 2.2. HỆ VECTƠ ĐỘC LẬP TUYẾN TÍNH, PHỤ THUỘC TUYẾN TÍNH | 97 |
| 2.2.1. Khái niệm hệ vectơ độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính | 97 |
| 2.2.1.1. Định nghĩa 2.6 | 97 |
| 2.2.1.2. Các tính chất | 101 |
| 2.2.1.3. Ứng dụng định thức để khảo sát một hệ vectơ trong R^n | 101 |
| 2.2.2. Cơ sở của không gian vectơ | 104 |
| 2.2.2.1. Khái niệm cơ sở của không gian vectơ | 104 |
| 2.2.2.2. Toạ độ của vectơ | 105 |
| 2.2.2.3. Số chiều của không gian vectơ | 107 |
| BÀI TẬP CHƯƠNG 2 | 112 |
| Chương 3. ÁNH XẠ TUYẾN TÍNH, DẠNG TOÀN PHƯƠNG | 117 |
| 3.1. ÁNH XẠ TUYẾN TÍNH | 117 |
| 3.1.1. Định nghĩa | 117 |
| 3.1.2. Các phép toán về ánh xạ tuyến tính | 121 |
| 3.1.3. Tính chất của ánh xạ tuyến tính | 121 |
| 3.1.4. Khái niệm hạt nhân và ảnh của ánh xạ tuyến tính | 121 |
| 3.1.5. Sự xác định một ánh xạ tuyến tính | 122 |
| 3.2. VECTƠ RIÊNG - GIÁ TRỊ RIÊNG | 124 |
| 3.2.1. Véc tơ riêng, giá trị riêng của ma trận | 124 |
| 3.2.2. Phương pháp tìm giá trị riêng và véc tơ riêng của ma trận | 124 |
| 3.2.2.1. Tìm giá trị riêng của ma trận | 124 |
| 3.2.2.2. Tìm vectơ riêng của ma trận | 125 |
| 3.3. CHÉO HÓA MA TRẬN | 130 |
| 3.3.1. Các khái niệm | 130 |
| 3.3.2. Điều kiện để một ma trận chéo hóa được | 130 |

| | |
|---|------------|
| 3.3.3. Thuật toán chéo hóa ma trận | 131 |
| 3.3.4. Ứng dụng trong tổng hợp bộ điều khiển hệ thống điều khiển tự động trong miền không gian trạng thái | 135 |
| 3.4. DẠNG TOÀN PHƯƠNG | 142 |
| 3.4.1. Dạng toàn phương | 142 |
| 3.4.1.1. Định nghĩa 3.10 | 142 |
| 3.4.1.2. Ma trận của dạng toàn phương | 143 |
| 3.4.1.3. Hạng của dạng toàn phương | 145 |
| 3.4.1.4. Dạng chính tắc của dạng toàn phương | 145 |
| 3.4.2. Đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc bằng phương pháp Lagrange | 146 |
| 3.4.3. Phương pháp Jacobi (Phương pháp biến đổi tam giác) | 155 |
| 3.4.4. Đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc bằng phương pháp trực giao | 158 |
| 3.4.4.1. Cơ sở trực chuẩn | 158 |
| 3.4.4.2. Quá trình trực giao hóa Gram - Schmidt | 159 |
| 3.4.4.3. Quy trình tìm ma trận trực giao đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc | 161 |
| BÀI TẬP CHƯƠNG 3 | 170 |
| TÀI LIỆU THAM KHẢO | 175 |

Giáo trình
**ĐẠI SỐ
TUYỂN TÍNH**

Bạn đọc được phục vụ tài liệu tại:

**Trung tâm Thông tin Thư viện
Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội**

● **Tại TP. Hà Nội:**

Cơ sở 1: Phường Minh Khai, Q. Bắc Từ Liêm

Cơ sở 2: Phường Tây Tựu, Q. Bắc Từ Liêm

● **Tại Hà Nam:**

Cơ sở 3: Phường Lê Hồng Phong, thành phố Phủ Lý

Website: www.hau.edu.vn

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP
TRUNG TÂM THÔNG TIN THƯ VIỆN



Mã sách: 080800334

ISBN-13: 978-604-75-2593-5



Giá: 40.000đ